Práctico Nº 2

Tema: Lógica y resolución de problemas lógicos

Nota: para la resolución de los ejercicios, se debe consultar el material de estudio del tema.

1. Dadas las siguientes frases **indicar** cuáles son **proposiciones simples**:

- ¿Pedro es alto?
- La cantante triunfa inesperadamente
- ¡corre!
- Llévame a pasear.
- 35 es un número par.
- Los senadores debaten con tranquilidad.
- Z > 68.
- Todo número real elevado a la cero da uno.
- Salta la cuerda.
- 34 * 10 = 340.
- El cerro de color verde

2. Dadas las siguientes proposiciones simples:

   P = La torres es alta.
   Q = Hoy es feriado.
   R = Saldré a trotar.

   Formular los enunciados correspondientes a las siguientes **formas proposicionales**:

   - $(P \wedge \neg Q)$
   - $(R \vee (P \wedge Q))$
   - $((Q \wedge R) \Rightarrow P)$
   - $\neg(P \wedge Q)$

3. Indicar si las siguientes proposiciones son **fórmulas bien formadas** (en caso de no serlo explicar porqué no lo son):

   a. $(P \wedge (Q \wedge R))$
   b. $\neg(\neg Q\ (P \vee R\ ) \wedge P)$
   c. $(P \neg \Rightarrow S)$
   d. $P \wedge \neg Q \Leftrightarrow S \vee R$

4. Identificar y designar con letras (A, B, C, …) las **proposiciones elementales (simples)** y escribir, utilizando los símbolos de la lógica proposicional, las **proposiciones compuestas**:

   a) Es falso que un kilo es el peso de un litro de leche.
   b) O Tomás es gobernador y Diego es ministro o César es ministro.
   c) Resuelvo los prácticos sólo si leo los manuales.
   d) El Sr. Pérez es feliz si la Sra. Pérez es feliz y la Sra. Pérez es feliz si el Sr. Pérez es feliz.
   e) Elías toma café o té y toma café si contiene azúcar.
   a. Cuando haya sol y haga calor entonces si no trabajo, iré a las sierras.

5. Determinar usando **tablas de verdad** si las siguientes expresiones son **tautologías, contradicciones, expresiones consistentes o contingencias:**

   a. $((P \Rightarrow (Q \Leftrightarrow S))$

b. $((P \oplus Q) \wedge (P \Rightarrow \neg Q))$
c. $(((P\Rightarrow Q) \wedge \neg Q) \oplus \neg \mathbf{P}))$
d. $(P \wedge \neg ((P \vee Q) \vee P))$

6. Dadas las siguientes expresiones, eliminar tantos paréntesis como le sea posible de manera que, considerando la **jerarquía** y la **propiedad asociativa** de los conectivos, se mantenga el significado de la original:
   a. $(P \Rightarrow (\neg Q)) \wedge R)$
   b. . $((P \vee (Q \vee R))$
   c. $(((P \wedge (\neg Q)) \wedge R) \vee S)$

7. Para cada una de las fórmulas bien formadas que siguen, escribir otra **lógicamente equivalente**. Justificar en cada paso qué reglas o equivalencias se aplicaron:
   a. $\neg(P \vee Q)$
   b. $((P \vee Q) \Rightarrow P)$
   c. $\neg (R \Leftrightarrow Q)$

8. Dada la siguiente **tabla de verdad**:

P	Q	**?**
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

   a. Determinar qué conectiva representa.
   b. Sin usar tablas de verdad, determinar si la expresión obtenida en a, es equivalente a la siguiente:

$$\neg (\neg(\neg(P \wedge P) \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge \neg(Q \wedge Q)))$$

Nota: justificar *cada paso indicando las leyes o equivalencias utilizadas.*

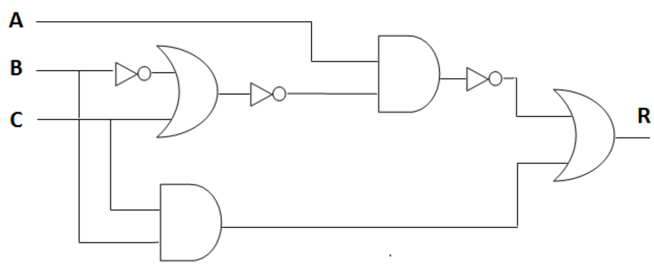
9. Probar que la negación (¬) y la implicación (=>) forman un **conjunto adecuado de conectivas**. Es decir, que se puede expresar el resto de las conectivas utilizando únicamente estas 2. ¿Qué pasa si ahora se usa la negación (¬) y la conjunción (∧)?

10. Representar las siguientes proposiciones lógicas usando **circuitos booleanos**:
   a. $\neg(A \wedge B)$
   b. $((A \vee \neg B) \wedge (\neg A \Rightarrow B))$
   c. $((\neg A \wedge B) \vee ((A \wedge B) \wedge C))$
   d. $((\neg B \vee A) \wedge (A \Rightarrow B))$ ***¿El circuito de qué conectiva representa esta proposición?***

   Indicar el resultado de los dos primeros circuitos cuando:
   e. A es Verdadero y B es Falso
   f. A es Verdadero y B es Verdadero

11. Dado el **circuito booleano** de la derecha.

   Se pide:
   a. Armar la proposición lógica correspondiente.
   b. Construir la tabla de verdad para la expresión obtenida en el punto a.

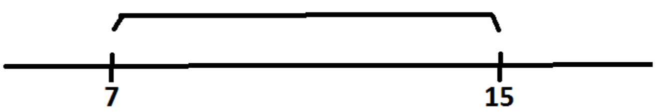


c. Analizar **sin usar tablas de verdad**, la equivalencia entre la proposición obtenida en el punto a y la siguiente proposición:

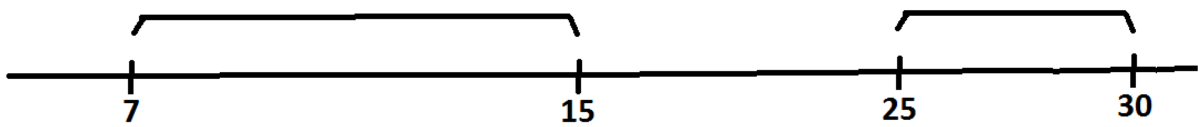
$$\mathbf{A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \lor \neg(\neg B \lor \neg C)}$$

Ejercicios optativos

1. Encontrar una expresión equivalente para cada una de las siguientes expresiones:
   1.1. $(P \Rightarrow Q) \land (Q \Rightarrow P)$
   1.2. $\neg(P \land P)$
   1.3. $\neg(\neg (P \land Q) \land \neg(P \land Q))$
2. Si A y B son enunciados verdaderos y X e Y son enunciados falsos, indicar cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos.
   a. $((A \Rightarrow X) \Rightarrow Y) \Rightarrow (A \Rightarrow (X \Rightarrow Y))$
   b. $(A \Rightarrow (X \Rightarrow Y)) \Rightarrow ((A \Rightarrow X) \Rightarrow Y)$
3. Probar si la conectiva condicional ($\Rightarrow$) verifica las propiedades asociativa y conmutativa.
4. Probar si la conectiva conjunción ($\land$) verifica las propiedades asociativa y conmutativa-
5. Probar si la suma lógica (**or**) verifica la propiedad distributiva respecto del producto lógico (**and**). Es decir: $(A \lor (B \land C) \cong (A \lor B) \land (A \lor C)$.
6. Escribir una expresión que indique que un número entero se encuentra en el rango entre el 7 y el 15.



7. Representar las siguientes conectivas usando circuitos booleanos:
   a. $A \Rightarrow B$
   b. $A \oplus B$
   c. $A \Leftrightarrow B$
8. Escribir una expresión que indique que un número entero se encuentra en el rango entre el 7 y el 15 o entre el 25 y el 30.



9. Escribir una expresión que indique que un número entero NO se encuentra en el rango entre el 7 y el 15.