

Práctico N° 2: Lógica ProposicionalEjercicio 1:

Dadas las siguientes frases identificar e **indicar** cuales son **proposiciones simples**:

1. ¿Pedro es alto?
2. La cantante triunfa inesperadamente.
3. ¡corre!
4. Llévame a pasear.
5. 35 es un número par.
6. Los senadores debaten con tranquilidad.
7. $Z > 68$.
8. Todo número real elevado a la cero da uno.
9. Salta la cuerda.
10. $-34 * 10 = 340$.
11. El cerro de color verde

Ejercicio 2:

Dadas las siguientes proposiciones simples:

P = La torre es alta.

Q = Hoy es feriado.

R = Saldré a trotar.

Formular los enunciados correspondientes a las siguientes **proposiciones compuestas**:

- a) $(P \wedge \neg Q)$
- b) $(R \vee (P \wedge Q))$
- c) $((Q \wedge R) \Rightarrow P)$
- d) $\neg(P \wedge Q)$

Ejercicio 3:

Indicar si las siguientes proposiciones son **fórmulas bien formadas** (en caso de no serlo explicar por qué no lo son):

- a. $(P \wedge (Q \wedge R))$
- b. $\neg(\neg Q (P \vee R) \wedge P)$
- c. $(P \neg \Rightarrow S)$
- d. $P \wedge \neg Q \Leftrightarrow (S \vee R)$

Ejercicio 4:

Identificar con letras (A, B, C, . . .) las **proposiciones elementales** y escribir, utilizando los símbolos de la lógica proposicional, las **proposiciones compuestas**:

- a) Es falso que un kilo es el peso de un litro de leche.
- b) O Tomás es gobernador y Diego es ministro o César es ministro.
- c) Resuelvo los prácticos sólo si leo los manuales.
- d) El Sr. Pérez es feliz si la Sra. Pérez es feliz y la Sra. Pérez es feliz si el Sr. Pérez es feliz.

- e) Elías toma café o té y toma café si contiene azúcar.
 f) Cuando haya sol y haga calor entonces si no trabajo, iré a las sierras.

Ejercicio 5:

Determinar usando **tablas de verdad** si las siguientes expresiones son **tautologías, contradicciones, expresiones consistentes o contingencias**.

- a) $(\neg P \Rightarrow (Q \Leftrightarrow P))$
 b) $((P \underline{\vee} Q) \wedge (P \Rightarrow \neg Q))$
 c) $(((P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q) \underline{\vee} \neg P)$
 d) $(P \wedge \neg ((P \vee Q) \vee R))$

Ejercicio 6:

Dadas las siguientes expresiones, eliminar tantos paréntesis como le sea posible de manera que, considerando la **jerarquía** y la **propiedad asociativa** de los conectivos, se mantenga el significado de la original:

- a) $((P \Rightarrow (\neg Q)) \wedge R)$
 b) $(P \vee (Q \vee R))$
 c) $(((P \wedge (\neg Q)) \wedge R) \vee S)$

Ejercicio 7:

Para cada una de las fórmulas bien formadas que siguen, escribir otra **lógicamente equivalente**. Justificar en cada paso qué reglas o equivalencias se aplicaron.

- a) $\neg(P \vee Q)$
 b) $((P \vee Q) \Rightarrow R)$
 c) $\neg(R \Leftrightarrow Q)$

Ejercicio 8:

Dada la siguiente **tabla de verdad**:

P	Q	?
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- a) Determinar qué conectiva representa.
 b) Sin usar tablas de verdad, determinar si la expresión obtenida en a, es equivalente a la siguiente:

$$\neg(\neg(\neg(P \wedge P) \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge \neg(Q \wedge Q)))$$

Ejercicio 9:

Probar que la negación (\neg) y la implicación (\Rightarrow) forman un conjunto adecuado de conectivas. Es decir, que se puede expresar el resto de las conectivas utilizando únicamente estas 2. ¿Qué pasa si ahora se usa la negación (\neg) y la conjunción (\wedge)?

Ejercicio 10:

Dada las siguientes fórmulas bien formadas:

- 1- $(P \Rightarrow Q)$
- 2- $((P \Rightarrow Q) \vee Q)$

Expresé fórmulas bien formadas equivalentes a cada una de ellas:

- a) usando sólo los conectivos \wedge y \neg .
- b) usando sólo el conectivo \downarrow .
- c) usando sólo el conectivo \downarrow .

Ejercicio 11:

En Lógica Proposicional existen reglas, llamadas *reglas de inferencia*, que sintácticamente permiten asegurar que ciertas fórmulas bien formadas tomarán el valor de verdad Verdadero, a partir de asumir con valor de verdad Verdadero a otras fórmulas tomadas como hipótesis. Estas reglas pueden aplicarse independientemente del significado de las proposiciones que cada una representa. Las reglas de inferencia más conocidas son:

Sean P, Q y R fórmulas bien formadas cualesquiera:

- Modus Ponens (MP): de la veracidad de $(P \Rightarrow Q)$ y de P, se puede asegurar la veracidad de Q.
- Modus Tollens (MT): de la veracidad de $(P \Rightarrow Q)$ y de $\neg Q$, se puede asegurar la veracidad de $\neg P$.
- Silogismo Hipotético (SH): de la veracidad de $(P \Rightarrow Q)$ y de $(Q \Rightarrow R)$, se puede asegurar la veracidad de $(P \Rightarrow R)$.
- Silogismo Disyuntivo (SD): de la veracidad de $(P \vee Q)$ y de $\neg P$, se puede asegurar la veracidad de Q.

Resuelva utilizando las reglas de inferencia:

- a) Por medio de las reglas de inferencia pruebe $\neg T$ a partir de las siguientes premisas: $P \rightarrow \neg Q$, $Q \vee \neg R$, $P \wedge S$ y $T \rightarrow R \wedge S$.
- b) Demuestre que $R \rightarrow \neg Q$ a partir de $\neg(R \wedge S)$ y $\neg S \rightarrow \neg Q$.

Ejercicio 12:

Dadas los siguientes razonamientos:

- a) Si Juan es comunista, Juan es un ateo. Juan es comunista. Por lo tanto, Juan es un ateo.
- b) Renato será contratado si pasa todas las entrevistas. Si Renato tiene experiencia previa y no participa activamente en las reuniones, será contratado. Renato tiene experiencia previa. Además, Renato pasará todas las entrevistas si participa activamente en las reuniones. Renato participa activamente de las reuniones. Entonces Renato será contratado.

Represente cada frase como una fórmula bien formada y luego verifique si la última frase (la conclusión) puede ser verdadera. Para esta última parte utilice de ser posible las reglas de inferencia anteriores y, en caso de no ser posible, utilice las tablas de verdad.

Ayuda: En general, para verificar si una conclusión es verdadera a partir de las hipótesis, se pueden utilizar las reglas de inferencia o verificar si es tautología la implicación de la conjunción de las suposiciones o hipótesis (fórmulas que representan las frases anteriores) con la fórmula que representa la última frase o conclusión.

Ejercicios Adicionales

Ejercicio 1:

Dadas las siguientes proposiciones:

Mañana no iré a inglés.

O la luna es mayor que el sol o el sol es mayor que la luna.

- Identifique las proposiciones simples.
- Determine cuáles son los conectivos lógicos.
- Expresé formalmente en símbolos.

Ejercicio 2:

Para cada una de las fórmulas bien formadas que siguen,

1- $((P \vee R) \Rightarrow Q)$

2- $\neg(P \wedge Q)$

3- $((P \vee (S \wedge R)) \vee Q)$

- Sugerir las proposiciones elementales para 'P, Q, R y S respectivamente y escribir las frases que representen cada fbf.
- Clasificar cada fbf en tautologías, contradicciones, expresiones consistentes o contingencias. Justificar su respuesta

Ejercicio 3:

Verifique, usando tablas de verdad, que las fórmulas bien formadas F y G son equivalentes: '

$$F = (((\neg A \wedge (B \wedge C)) \vee ((\neg A \wedge B) \wedge \neg C)) \vee ((A \wedge B) \wedge C))$$

$$G = (B \wedge (\neg A \vee (A \wedge C)))$$

Ejercicio 4:

Determine el valor de verdad de las siguientes fórmulas, asumiendo que P y Q son verdaderos mientras que S y T son falsos:

- $(\neg P \vee Q)$
- $((Q \vee S) \wedge (T \vee Q))$
- $((P \vee S) \wedge (T \vee Q)) \Leftrightarrow ((P \vee (S \wedge T)) \vee Q)$